ĐỀ LUYỆN THI TUYỂN SINH LỚP 10 (ĐỀ SỐ 10)

Bài I: (2điểm). Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$

Với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=3-2\sqrt{2}$

b) Chứng minh : $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$

c) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B$

Bài II: (2điểm) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình*:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 60km . Sau đó 1 giờ người khác đi xe máy từ A đến B và đến sớm hơn người đi xe đạp 1 giờ 40 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp .

Bài III (2điểm):

1) Giải phương trình $x-4-\sqrt{x-2}=0$

2) Cho parabol (P): $y=-x^2$ và đường thẳng (d): $y=mx+m-2$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A,B phân biệt.

b) Xác định vị trí của m để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A,B phân biệt sao cho tổng y_A+y_B có giá trị lớn nhất (Với y_A, y_B theo thứ tự là tung độ của hai điểm A và B)

Bài IV (3,5điểm): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm (O) , đường kính AB =2R trên cạnh BC lấy điểm M (M khác B và C) đường thẳng AM cắt đường tròn O tại D , đường thẳng BD cắt AC tại E đường tròn tâm I ngoại tiếp tam giác MDB cắt đường kính AD tại điểm thứ hai là N.

1) Chứng minh tứ giác CEDM nội tiếp đường tròn và ba điểm E,M,N thẳng hàng.

2) Cho đoạn thẳng CN cắt đường tròn (I) ở F . CMR : DF// AE.

3) Khi M di động trên cạnh BC. Chứng minh: BD.BE = BN.AB . Từ đó suy ra BD.BE + AM.AD có giá trị không đổi.

4) Giả sử $\widehat{ABC}=30^0$. Tìm vị trí điểm M trên BC để CN là tiếp tuyến của đường tròn tâm (I).

Bài V (0,5điểm): Tìm GTNN của biểu thức sau: $P=x+\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x}}$ (voi $x>0$)

ĐÁP ÁN ĐỀ LUYỆN THI TUYỂN SINH LỚP 10 (ĐỀ SỐ 10)

Bài I: (2điểm). Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$

Với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=3-2\sqrt{2}$

2) Chứng minh : $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$

3) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B$

1) Ta có $x=3-2\sqrt{2}=(\sqrt{2}-1)^2$ (thỏa mãn ĐK) => $\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$, thay vào biểu thức A ta được:

$$=A=\frac{\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}-2}{2}$$

2) Điều kiện: $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\frac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$$

$$=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)-(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)-10+5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$.

3) Ta có $P = A : B = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}.(\sqrt{x}-2) = \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x} - 3 + \frac{3}{\sqrt{x}+1} = (\sqrt{x}+1) + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - 4$

Áp dụng BĐT Cosi cho hai số $\sqrt{x}+1$ và $\frac{3}{\sqrt{x}+1}$ ta có:

$\sqrt{x}+1+\frac{3}{\sqrt{x}+1} \geq 2.\sqrt{(\sqrt{x}+1).\frac{3}{\sqrt{x}+1}} = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow P \geq 2\sqrt{3}-4$

Dấu "=" xảy ra khi

$(\sqrt{x}+1) = \frac{3}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)^2 = 3 \Leftrightarrow x = 4-2\sqrt{3}$ (thỏa mãn ĐK)

Vậy $P_{min} = 2\sqrt{3}-4 \Leftrightarrow x = 4-2\sqrt{3}$

Bài II: (2điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 60km . Sau đó 1 giờ người khác đi xe máy từ A đến B và đến sớm hơn người đi xe đạp 1 giờ 40 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp .

Gọi vận tốc người đi xe đạp là x (km/h) (x > 0), thì vận tốc người đi xe máy là 3x (km/h).

Sau 1 giờ người đi xe đạp đi được x (km). Quãng đường còn lại là (60-x) km

Thời gian người đi xe đạp đi hết quãng đường còn lại là: $\frac{60-x}{x}$

Thời gian người đi xe máy từ A đến B là: $\frac{60}{3x} = \frac{20}{x}$

Vì người đi xe máy đến sơm hơn người đi xe đạp 1 giờ 40 phút = $\frac{5}{3}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{60-x}{x} - \frac{20}{x} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{60-x-20}{x} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{40-x}{x} = \frac{5}{3}$

$\Leftrightarrow 120-3x = 5x \Leftrightarrow 8x = 120 \Rightarrow x = 15$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc người đi xe đạp là 15 (km/h)

Bài III (2điểm):

1) Giải phương trình $x - 4 - \sqrt{x-2} = 0$

2) Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + m - 2$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A,B phân biệt.

b) Xác định vị trí của m để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A,B phân biệt sao cho tổng $y_A + y_B$ có giá trị lớn nhất (Với y_A, y_B theo thứ tự là tung độ của hai điểm A và B)

1) Điều kiện: $x \ge 4$

$$x-4-\sqrt{x-2}=0 \Leftrightarrow x-4=\sqrt{x-2}.$$

Bình phương hai vế ta được:

$$x^2-8x+16=x-2 \Leftrightarrow x^2-9x+18=0 \Leftrightarrow (x-6)(x-3)=0$$

$\Rightarrow x=6$ (thỏa mãn) ; $x=3$ (loại)

Vậy phương trình có một nghiệm $x=6$.

2a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$-x^2=mx+m-2 \Leftrightarrow x^2+mx+m-2=0 \qquad (1)$$

$$\Delta=m^2-4(m-2)=(m-2)^2+4>0 \text{ với } \forall m$$

$\Rightarrow$ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

$\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2b) Theo a, hai đồ thị luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m

Gọi x_A và x_B là hoành độ giao điểm của hai đồ thị $\Rightarrow \begin{cases} y_A=-x_A^2 \\ y_B=-x_B^2 \end{cases}$.

Vì x_A và x_B là hai nghiệm của phương trình (1), áp dụng định lí Viét có: $\begin{cases} x_A+x_B=-m \\ x_A-x_B=m-2 \end{cases}$

Ta có: $y_A.y_B=-(x_A^2+x_B^2)=-[(x_A+x_B)^2-2x_A.x_B]=-[m^2-2(m-2)]=-(m-1)^2-3\le -3$

Dấu "=" xảy ra khi m = 1.

Vậy $\max(y_A.y_B)=3 \Leftrightarrow m=1$.

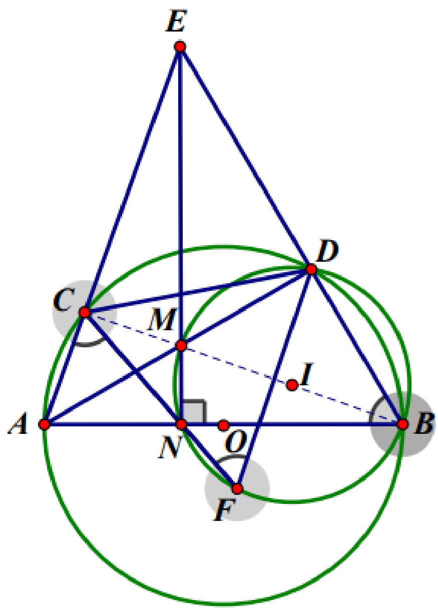
Bài IV (3,5điểm): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm (O) , đường kính AB = 2R trên cạnh BC lấy điểm M (M khác B và C) đường thẳng AM cắt đường tròn O tại D , đường thẳng BD cắt AC tại E, đường tròn tâm I ngoại tiếp tam giác MDB cắt đường kính AD tại điểm thứ hai là N.

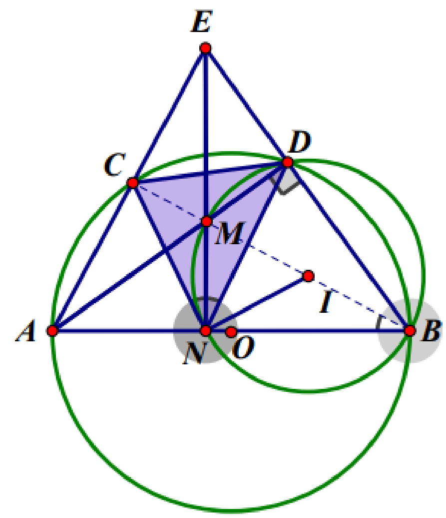
1) Chứng minh tứ giác CEDM nội tiếp đường tròn và ba điểm E, M, N thẳng hàng.

2) Cho đoạn thẳng CN cắt đường tròn (I) ở F. Chứng minh: DF// AE.

3) Khi M di động trên cạnh BC. Chứng minh: BD.BE = BN.AB. Từ đó suy ra BD.BE + AM.AD có giá trị không đổi.

4) Giả sử $\widehat{ABC}=30^0$. Tìm vị trí điểm M trên BC để CN là tiếp tuyến của đường tròn tâm (I).





1) Chứng minh tứ giác CEDM nội tiếp đường tròn và ba điểm E, M, N thẳng hàng.

Ta có $\widehat{ACB} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) và A, C, E thẳng hàng

$\Rightarrow BC \perp AE$ tại C $\Rightarrow$ $\widehat{MCE} = 90^o$ (M $\in$ BC)

Ta có $\widehat{ADB} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) và B, D, E thẳng hàng

$\Rightarrow AD \perp BE$ tại D $\Rightarrow$ $\widehat{MDE} = 90^{\circ}$ (M $\in$ AD)

Xét tứ giác $CEDM$ có MCE, MDE là hai góc đối và $MCE + MDE = 180^{\circ}$

$\Rightarrow$ tứ giác $CEDM$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết). (đpcm)

Xét (I) có: $\widehat{MDB} = 90^{\circ}$ (do $\widehat{ADB} = 90^{\circ}$ và M $\in$ AD) là góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{MB}$ của (I).

$\Rightarrow$MD là đường kính của đường tròn (I)

$\Rightarrow \widehat{MNB} = 90^{\circ}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow MN \perp AB$ tại N. (1)

Xét ΔAEB có: $BC \perp AE$ (cmt), $AD \perp BE$ (cmt) và AD cắt BC tại M

$\Rightarrow M$ là trực tâm của ΔAEB

$\Rightarrow EM \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: E, M, N thẳng hàng. (đpcm)

2) Chứng minh: DF// AE.

Ta có $\widehat{MCA} = 90^{\circ}$ (do $BC \perp AE$ tại C và M $\in$ BC)

$\widehat{MNA} = 90^{\circ}$ (do $MN \perp AB$ tại N).

Xét tứ giác ACMN có $\widehat{MCA}, \widehat{MNA}$ là hai góc đối và $\widehat{MNA} + \widehat{MCA} = 180^{\circ}$

$\Rightarrow$ Tứ giác ACMN nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{ACN} = \widehat{AMN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AN}$) (3)

Ta có tứ giác DMNF nội tiếp đường tròn (I)

$\Rightarrow \widehat{DFN} + \widehat{DMN} = 180^{\circ}$ (tổng hai hóc đối)

Mà $\widehat{AMN} + \widehat{DMN} = 180^{\circ}$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{DFN} = \widehat{AMN}$ (4)

Từ (3) và (4), có: $\widehat{ACN} = \widehat{DFN}$

Mà $\widehat{ACN}$; $\widehat{DFN}$ là hao góc sole trong

$\Rightarrow AC//DF$ hay $AE//DF$ (đpcm)

3) Chứng minh: BD.BE = BN.AB . Từ đó suy ra BD.BE + AM.AD có giá trị không đổi.

Xét (I) có: $\widehat{DNB} = \widehat{DMB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{DB}$)

Ta có tứ giác CEDM nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \widehat{CED} + \widehat{CMD} = 180^{\circ}$ (tổng hai góc đối)

Mà $\widehat{DMB} + \widehat{CMD} = 180^{\circ}$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{CED} = \widehat{DMB}$ hay $\widehat{AEB} = \widehat{DMB}$

$\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{DNB}$

Xét ΔAEB và ΔDNB có: $\widehat{AEB} = \widehat{DNB}$ (cmt) và $\widehat{ABE}$ chung

$\Rightarrow \Delta AEB \backsim \Delta DNB$ (g – g)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{DB} = \dfrac{EB}{NB}$ (cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow AB.NB = EB.DB$ (đpcm)

Xét $BD.BE + AM.AD = AB.NB + AM.AD$

Chứng minh được $\Delta AMB \backsim \Delta AND$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{AM}{AN} = \dfrac{AB}{AD}$ (cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow AM.AD = AN.AB$

$\Rightarrow BD.BE + AM.AD = AB.NB + AN.AB = AB(BN + AN) = AB^2 = 4R^2$ không đổi

4) Tìm vị trí điểm M trên BC để CN là tiếp tuyến của đường tròn tâm (I).

Ta có CN là tiếp tuyến của (I) $\Leftrightarrow CN \perp IN \Leftrightarrow \widehat{CNM} + \widehat{NMI} = 90^\circ$ (5)

Ta có $\widehat{NBI} = \widehat{ABC} = 30^\circ$, mà ΔNIB cân tại I $\Rightarrow \widehat{NBI} = \widehat{BNI} = 30^\circ$

Lại có: $\widehat{BNI} + \widehat{MNI} = \widehat{BNM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (I))

$\Rightarrow \widehat{MNI} = 60^\circ$

Do đó (5) $\Leftrightarrow \widehat{CNM} = 30^\circ \Leftrightarrow \widehat{CAM} = 30^\circ$ (vì luôn có tứ giác ACMN nội tiếp nên luôn có $\widehat{CNM} = \widehat{CAM}$)

$\Leftrightarrow \Delta_v CAM \backsim \Delta_v CBA \Leftrightarrow \dfrac{CA}{CB} = \dfrac{CM}{CA} \Leftrightarrow CA^2 = CB.CM$ (6)

Xét ΔACB có $\widehat{ABC} = 30^o$, áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn:

$$\cos\widehat{ABC} = \cos 30^o = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{2R} \Rightarrow BC = R\sqrt{3}$$

$$\sin\widehat{ABC} = \sin 30^o = \frac{AC}{AB} = \frac{AC}{2R} \Rightarrow AC = R$$

Do đó (6) $R^2 = R\sqrt{3}.CM \Leftrightarrow CM = \frac{R}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{CM}{BC} = \frac{1}{3}$

Vậy khi $\widehat{ABC} = 30^0$ thì vị trí của M trên BC thỏa mãn $\frac{CM}{BC} = \frac{1}{3}$ thì CN là tiếp tuyến của (I)

Bài V (0,5điểm): Tìm GTNN của biểu thức sau: $P = x + \sqrt{x^2 + \frac{1}{x}}$ (voi $x > 0$)

Bình phương hai vế ta được $P^2 - 2Px + x^2 = x^2 + \frac{1}{x} \Leftrightarrow 2Px^2 - xp^2 + 1 = 0$ (1)

Vì $P > 0$ nên phương trình (1) có nghiệm khi

$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow P^4 - 8P \geq 0 \Leftrightarrow P(P^3 - 8) \geq 0 \Leftrightarrow P \geq 2$ (vì $P > 0$)

Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{1}{2}$ (các em thay $P = 2$ vào (1) để tìm x)

Vậy $\min P = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$