

ĐỀ LUYỆN THI TUYỂN SINH LỚP 10 (ĐỀ SỐ 5)

Câu 1: 1) Rút gọn biểu thức: $P = (\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)(\sqrt{7} - \sqrt{3} + 2)$.

2) Trong mp toạ độ Oxy, tìm m để đường thẳng (d): $y = (m^2 - 1)x + 1$ song song với đường thẳng (d'): $y = 3x + m - 1$.

Câu 2: Cho phương trình $x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

Câu 3: Cho a, b là các số dương thoả mãn $ab = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = (a + b + 1)(a^2 + b^2) + \frac{4}{a + b}$.

Câu 4: Qua điểm A cho trước nằm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm), lấy điểm M trên cung nhỏ BC, vẽ $MH \perp BC$; $MI \perp AC$; $MK \perp AB$.

a) Chứng minh các tứ giác: BHMK, CHMI nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $MH^2 = MI \cdot MK$

c) Qua M vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt AB, AC tại P, Q. Chứng minh chu vi ΔAPQ không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

Câu 5: Chứng minh nếu $|a| > 2$ thì hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^5 - 2y = a & (1) \\ x^2 + y^2 = 1 & (2) \end{cases}$$
 vô nghiệm.

ĐÁP ÁN ĐỀ LUYỆN THI TUYỂN SINH LỚP 10 (ĐỀ SỐ 5)

Câu 1: 1) $P = (\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)(\sqrt{7} - \sqrt{3} + 2) = [\sqrt{7} + (\sqrt{3} - 2)][\sqrt{7} - (\sqrt{3} - 2)]$
 $= (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3} - 2)^2 = 7 - (3 - 4\sqrt{3} + 4) = 4\sqrt{3}.$

2) Đường thẳng d và d' song song với nhau khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ m - 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

Câu 2: $x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0 \quad (1)$

a) Khi $m = 1$ ta có phương trình: $x^2 + 3x + 2 = 0$

Vì $a = 1$; $b = 3$; $c = 2 \Rightarrow a - b + c = 0$

Vậy phương trình có $x_1 = -1$; $x_2 = -2$

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)^2 - 4(m^2+1) \geq 0 \\ -(2m+1) < 0 \\ m^2+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-3 \geq 0 \\ 2m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{3}{4} \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}.$$

Câu 3: Ta có: $a^2 + b^2 \geq 2ab = 1$ (vì $ab = 1$)

$$A = (a + b + 1)(a^2 + b^2) + \frac{4}{a+b} \geq 2(a + b + 1) + \frac{4}{a+b}$$

$$= 2 + (a + b + \frac{4}{a+b}) + (a + b) \geq 2 + 4 + 2 = 8.$$

$$(a + b + \frac{4}{a+b}) \geq \sqrt{4} \text{ và } a + b \geq 2\sqrt{ab} \text{ vì áp dụng BĐT Côsi cho 2 số dương)}$$

Dấu “=” khi và chỉ khi $a = b = \frac{1}{2}.$

Vậy $\min A = 8.$

Câu 4:

a) Xét tứ giác BHKM: $H + K = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

\Rightarrow Tứ giác BHKM nội tiếp đường tròn.

CM tương tự có tứ giác CHMI cũng nội tiếp được.

b) Ta có $B + HMK = C + HMI = 180^\circ$

mà $B = C \Rightarrow HMK = HMI$ (1)

$KBM = BCM$, $KBM = KHM$ (vì 2 góc nội tiếp

cùng chắn cung MK và góc tạo bởi tia tt ... và

góc nội tiếp cùng chắn cung BM).

$HCM = HIM$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội

tiếp cùng chắn HM) $\Rightarrow KHM = HIM$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow \triangle HMK \sim \triangle IMH$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MH}{MI} = \frac{MK}{MH} \Rightarrow MH^2 = MI \cdot MK$ (đpcm)

c) Ta có $PB = PM$; $QC = QM$; $AB = AC$ (Theo t/c hai tiếp tuyến)

Xét chu vi $\triangle APQ = AP + AQ + PQ = AP + AQ + PM + QM$

$= (AP + PB) + (AQ + QC) = AB + AC = 2AB$ không đổi.

Vì A cố định và đường tròn (O) cho trước nên chu vi $\triangle APQ$ không

phụ thuộc vào vị trí của điểm M (đpcm).

Câu 5: Giả sử hệ $\begin{cases} x^5 - 2y = a & (1) \\ x^2 + y^2 = 1 & (2) \end{cases}$ có nghiệm là (x; y)

Từ (2) suy ra $|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$. Từ (1) ta có:

$$|x^5 - 2y| \leq |x^5| + 2|y| \leq |x^2| + 2|y| = (|x^2| + |y^2|) - (|y^2| - 2|y| + 1) + 1$$

$$= 2 - (|y^2| - 2|y| + 1) = 2 - (|y| - 1)^2 \leq 2 \Rightarrow |a| \leq 2 \text{ trái giả thiết là } |a| > 2.$$

Suy ra hệ trên vô nghiệm, đpcm.

